9-MAVZU: Ko’pyoqlilar. Ko’pyoqlilar haqida Eyler teoremasi. Prizma, to’g’ri burchakli parallelepiped, (kuboid), piramida.

Mavzu rejasi:

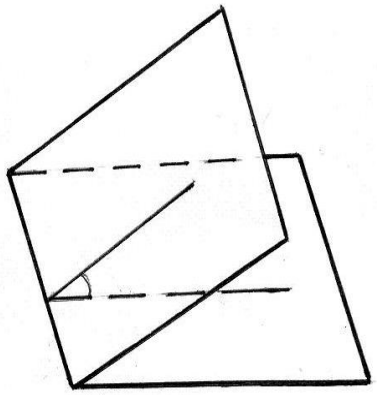
1. **Ko’pyoqlilar haqida Eyler teoremasi.**
2. **Prizma, to’g’ri burchakli parallelepiped,(kuboid), piramida.**

Tayanch so’z va iboralar: Ko’pyoq, Prizma, to`g`ri burchakli paralllelepiped, piramida, apofema

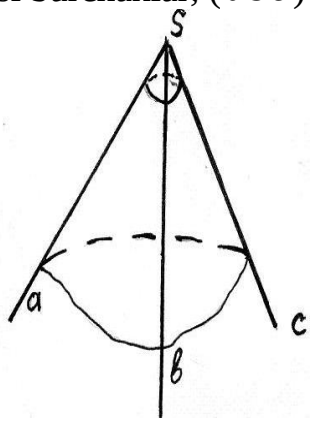
1. Ko’pyoqlilar haqida Eyler teoremasi.

Ikkita yarim tekislikdan va ularni chegaralab turgan umumiy to‘g‘ri chiziqdan tashkil topgan figura ikki yoqli burchak deyiladi (1-chizma). Yarim tekisliklar ikki yoqli burchakning yoqlari, ularni chegaralovchi to‘g‘ri chiziq esa ikki yoqli burchakning qirrasi deyiladi. Ikki yoqli burchakning qirrasiga perpendikulyar tekislik o‘tkazilsa, u yoqlarni ikkita yarim to‘g‘ri chiziqlar bo‘yicha kesib o‘tadi. Bu yarim to‘g‘ri chiziqlar tashkil qilgan burchak ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi deyiladi.

Uchta yassi burchakdan tashkil topgan figura uch yoqli burchak deyiladi (2-chizma). (ab), (bc) va (ac) lar yassi burchaklar, (abc) esa uch yoqli burchak.



1-chizma



2-chizma

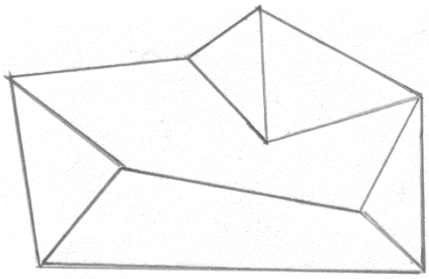
Yassi burchaklar uch yoqli burchakning yoqlari, ularning tomonlari esa uch yoqli burchakning qirralari, umumiy uch esa uch yoqli burchakning uchi deyiladi.

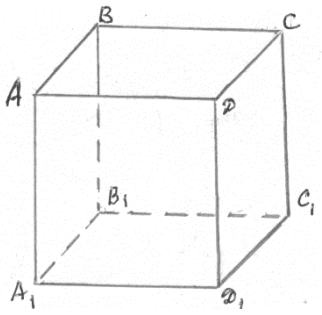
Uch yoqli burchak, uchta ikki yoqli burchakdan tashkil topgan.

Shunga o‘xshash ko‘p yoqli burchak ham yassi burchaklardan tuzilganligini qayd qilish mumkin.

Ko‘pyoqlar

Sirti chekli miqdordagi yassi tekisliklardan iborat jism ko‘pyoq deyiladi (3-chizma). Agar ko‘pyoqning o‘zi uning sirtidagi har bir ko‘pburchak tekisligining bir

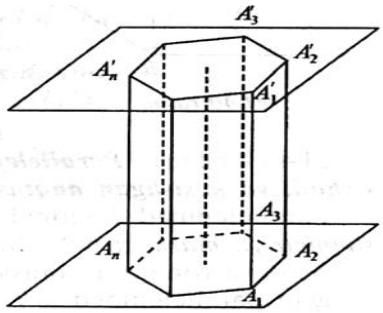




3-chizma 4-chizma

tomonida yotsa, bunday ko pyoq qavariq ko‘pyoq deyiladi. Qavariq ko‘pyoqning sirti bilan bunday tekislikning umumiy qismi yoq deyiladi. Qavariq ko‘pyoqning yoqlari qavariq ko‘pburchaklardan iborat. Ko‘pyoq yoqlarining tomonlari uning qirralari, uchlari esa ko‘pyoqning uchlari deyiladi.

Bu ta’rifni biz kub misolida tushuntiramiz (4-chizma). Kub qavariq ko‘pyoqdir. Uning sirti oltita kvadratdan tashkil topgan: *ABCD*, BB_1C_1C,... Bu kvadratlar kubning yoqlaridir. Bu kvadratlarning *AB*, *BC*, BB_1 ... tomonlari kubning qirralari bo‘ladi. Kvadratlarning *A*, *B*, *C*, *D*, A_1, ... uchlari kubning uchlari bo‘ladi.



Ko‘pyoqlilar haqida Eyler teoremasi

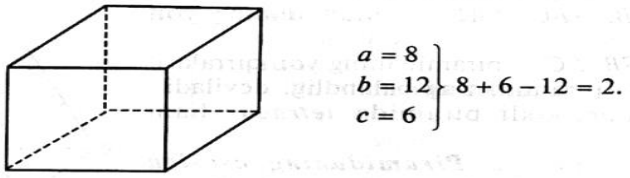
Hamma yoqlari teng muntazam ko‘pburchaklardan tashkil topgan ko‘p-yoqlarni muntazam ko‘pyoqlar deyiladi.

Ko‘pyoqlarning uchlari - *U*, yoqlari - *Yo*, qirralari - *Q* orasidagi bog‘lanishni quyidagi Eyler teoremasi ifodalaydi.

Teorema: Qavariq ko ‘pyoqlarning qirralari soni uchlari va yoqlari sonidan 2 ta kamdir.

Yani: **U + Yo – Q = 2**

Misol. Kubda Eyler teoremasini ko’raylik (5-chizma).



5-chizma

Bunga muntazam ko‘pyoq uchun Eyler xarakteristikasi deyiladi. (Eyler xarakteristikasi 2 ga teng).

Biz bu teorema isbotini xususiy holda muntazam ko‘pyoqlarda ko‘ramiz. Muntazam ko‘pyoqlarning 5 ta turi mavjud. Bular: tetraedr, kub, oktaedr, ikosaedr, dodekaedr.

Muntazan tetraedrning yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat bo‘lib, har bir uchida uchtadan qirra birlashadi. Tetraedr hamma qirralari teng bo‘lgan uchburchakli piramidadan iborat. U 4 ta yoq, 6 ta qirra, 4 ta uchga ega (6-chizma).

Kubning hamma yoqlari kvadratlardan iborat, har bir uchida uchta qirra birlashadi. Kub qirralari teng bo‘lgan to‘g‘ri burchakli parallelepiped.

U 6 ta yoq, 12 ta qirra, 8 ta uchga ega (7-chizma).

Oktaedrning yoqlari muntazam uchburchaklar bo‘lib, tetraedrdan farqi shundaki, uning har bir uchida to‘rtta qirra birlashadi.

U 8 ta yoq, 12 ta qirra, 6 ta uchga ega (8-chizma).

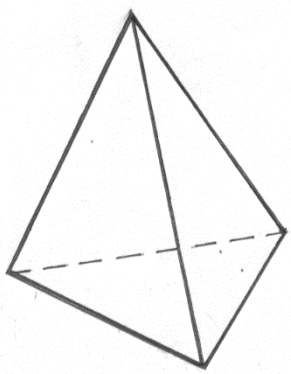
Dodekaedrning yoqlari muntazam beshburchaklardan iborat. Uning har bir uchida uchtadan qirra birlashadi.

U 12 ta yoq, 30 ta qirra, 20 ta uchga ega (10-chizma).

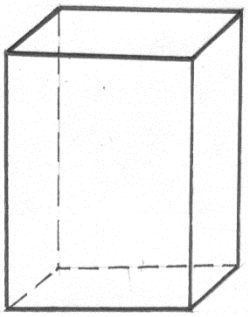
Ikosaedrning yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat bo‘lib, tetraedr va oktaedrdan farqi shundaki, uning har bir uchida beshtadan qirra birlashadi.

U 20 ta yoq, 30 ta qirra 12 ta uchga ega (9-chizma).

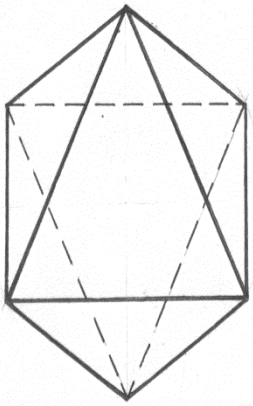
Eyler teoremasi yuqoridagi barcha muntazam ko‘pyoqlar uchun o‘rinli.



6-chizma

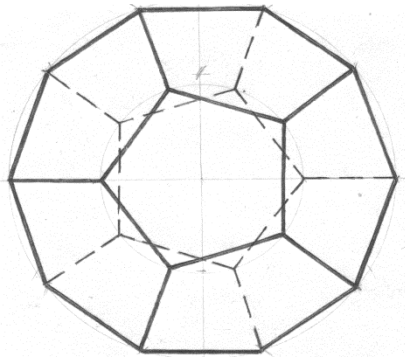


7-chizma

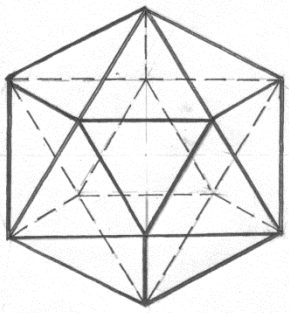


8-chizma

TETRAEDR KUB OKTAEDR

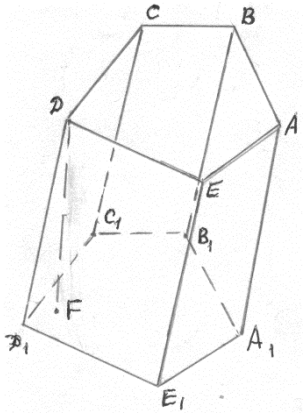


9-chizma
IKOSAEDR



10-chizma
DEDOKAEDR

Bizga ma’lum bo‘lgan ko‘pyoqlar: prizma, parallelepiped, piramidalardir.



11-chizma

2. Prizma, to’g’ri burchakli parallelopiped,(Kuboid), piramida.

Prizma. Ikki yog‘ining mos tomonlari bir-biriga parallel bo‘lgan teng ko‘pburchakdan iborat bo‘lib, boshqa yoqlari esa parallelogrammdan iborat bo‘lgan ko‘pyoq prizma deyiladi (11-chizma).

Prizma deb, ikkita parallel tekislik orasiga joylashgan barcha parallel to‘g‘ri chiziqlar kesmalaridan tuzilgan ko‘pyoqqa aytiladi. Prizmaning asoslari ikki teng ko‘pburchakdan iborat bo‘lib, ularning mos tomonlari paralleldir: Prizmaning yon yoqlari parallelogrammdan iboratdir.

Yon qirralari asos tekisligiga og‘ma bo‘lgan prizma og‘ma prizma deyiladi. Yon qirralari asosga perpendikulyar bo‘lgan prizma to‘g‘ri prizma deb ataladi.

Asoslari muntazam *n*-burchaklar bo‘lgan to‘g‘ri prizma muntazam deyiladi. Parallel tekisliklardagi uchlarning biridan ikkinchi tekislikka tushirilgan perpendikulyar prizmaning balandligi deyiladi.

ABCDE va $A_1B_1C_1D_1E_1$-asoslar, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1- yon qirralar, *D F*-balandlik.

1) Prizma hajmi $V=S_{as}\cdot H$, S_{as}-asos yuzasi, H- prizma balandligi, to‘g‘ri prizmaning hajmi $V=S_{yon}\ell$, ℓ -AA_1 yon qirra uzunligi.

2) Prizma yon sirti $S_{yon}=P_1\cdot\ell$, P_1 – perpendikulyar kesim perimetri, ℓ -yon qirrasi.

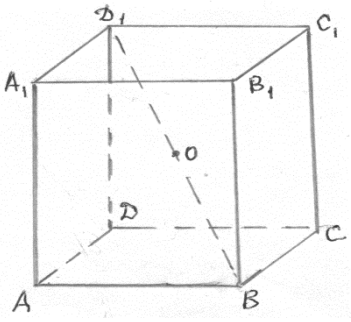
3) To‘g‘ri prizmaning yon sirti, $S_{yon}=P_{as}\cdot\ell$, P_{as}- asos perimetri.

4) Prizmaning to‘la sirti $S_{to'la}=S_{yon}+2S_{as}$, S_{as}- asos yuzasi.

Parallelopiped. Asosi parallelogramm bo‘lgan prizma parallelepiped deyiladi. Yon qirralari asosga perpendikulyar bo‘lgan parallelepiped to‘g‘ri deyiladi.

Asosi to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lgan to‘g‘ri parallellepiped to‘g‘ri burchakli deyiladi.

Kub-barcha qirralari teng bo‘lgan to‘g‘ri burchakli parallelepiped (12-chizma).



12-chizma

Parallelepipedning xossalari:

1^0. Parallelepiped diagonalining o‘rtasi uning simmetriya markazidir.

2^0. Parallelepipedning qarama-qarshi yoqlari juft-juft kongruent va paralleldir.

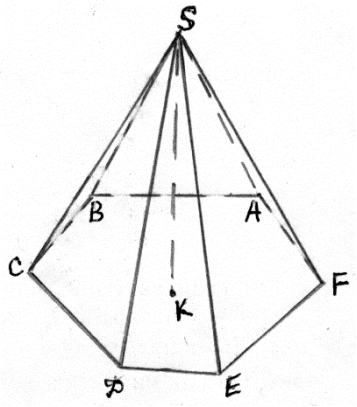
3^0. Parallelepipedning barcha diagonallari bir nuqtada kesishadi va bu nuqtada teng ikkiga bo‘linadi.

To‘g‘ri burchakli parallelepipedning sirt yuzi yon sirtining yuzi bilan ikki asosi yuzlarining yig‘indisiga teng.

Yon sirtining yuzi esa asos perimetri bilan balandligining ko‘paytmasiga tengdir.

To‘g‘ri burchakli parallelepipedning barcha diagonallari teng uzunlikda bo‘ladi.

Piramida. Agar ko‘pyoqli burchak uchidan o‘tmaydigan biror tekislik bilan kesilsa, kesuvchi tekislik va ko‘pyoqli burchak yoqlari bilan cheklangan jism piramida deyiladi (13-chizma).



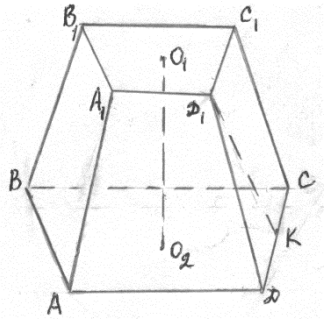
13-chizma

Kesuvchi tekislikning ko‘p yoqli burchak yoqlari orasidagi bo‘lagi piramidaning asosi deyiladi.

ABCDEF-asos, *SAB*, *SBC*, ...-yon yoqlari, *S*-umumiy uch, *SA*, *SB*, … –yon qirralar, *SK* –balandlik (asosga tushirilgan perpendikulyar).

Piramidaning hajmi $V=\frac{1}{3}S_{as}\cdot H$, S_{as}-asos yuzasi, H-balandlik. Muntazam piramida yon sirti $S_{yon}=\frac{1}{2}ph$, p-asos perimetri, h-apofema.

Asosga parallel tekislik piramidani ikki qismga ajratadi. U holda qismlardan biri yana piramida bo‘ladi, ikkinchi qism esa kesik piramida deyiladi (14-chizma).



14-chizma

Kesik piramidada $ABCD$ va $A_1B_1C_1D_1$- asoslar, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 –yon qirralar, O_1O_2 –balandlik, D_1K-apofema.

Kesik piramida hajmi $V=\frac{1}{3}H\,(S_1+S_2+\sqrt{SS_2})$ H-balandlik, S_1 va S_2 asoslarning yuzalari. Muntazam kesik piramida yon sirti $S_{yon}=\frac{1}{2}h\,(p_1+p_2)$, h-apofema, p_1 va p_2 asoslarning perimetrlari.

O‘z-o‘zini nazorat qilish uchun savollar

1. Ko‘p yoqli burchaklarga ta’rif bering.
2. Ko‘pyoq deb qanday jismga aytiladi? Qavariq ko‘pyoqqa ta’rif bering.
3. Prizma deb qanday ko‘pyoqqa aytiladi?
4. Piramida deb qanday ko‘pyoqqa aytiladi?
5. Muntazam ko‘pyoqqa ta’rif bering va uning turlarini aytib, tushuntiring?