5-MAVZU: Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar. Qo'shish qonunlari. Haqiqiy sonlar to'plamining xossalari. Ko'paytirish qonunlari.

Mavzu rejasi:

1. Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar.

2. Qo'shish qonunlari. Ko'paytirish qonunlari.

3. Haqiqiy sonlar to'plamining xossalari.

1. Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar.

Biror $x \in R_+$ sonni avval a ga, keyin b ga o'zgartirdik, bunda x son shunday kattalikdaki, bu ikkala o'zgarish uni R_+ to'plamdan tashqariga chiqarmaydi. a va b sonlar yig'indisini haqiqiy son deymiz, bu son o'zgarish natijasini ifodalaydi. Masalan, 12 sonini avval 4 ga, keyin 7 ga o'zgartirsak, 12 soni avval 16 ga, keyin 23 ga o'tadi. 12 soni 23 ga o'tishi uchun uni 11 ga o'zgartirish kerak. Demak, 4+7=11, shunday bo'lishi kerak edi. Agar avval −4ga, keyin −7 ga o'zgartirilganda edi, 12 soni avval 8 ga, keyin 1 ga o'tar edi. 12 dan 1 ni hosil qilish uchun 12 ni – 11 ga o'zgartirish kerak. Bundan (−4)+ (−7)= −11.

Umuman, agar a va b musbat haqiqiy sonlar bo'lib, $x>a+b$ bo'lsa, x ni $-a$ ga o'zgartirganda u $x-a$ ga, keyin $x-a$ ni $-b$ ga o'zgartirganda $(x-a)-b$ ga ya'ni $x-(a-b)$ ga o'tadi. $x-(a+b)$ hosil qilish uchun x ni $-(a+b)$ ga o'zgartirish kerak. Bundan: $(-a)+(-b)=-(a+b)$.

Endi qarama-qarshi ishorali sonlarni qo'shishni qaraymiz. Qo'shiluvchilar qarama-qarshi sonlar bo'lgan holni qaraymiz. Ravshanki, x sonni avval a ga, keyin $-a$ ga o'zgartirsak, x ni hosil qilamiz. Boshqacha aytganda, $x+(a+(-a))=x$. Ikkinchi tomondan, $x+0+x$, shuning uchun $a+(-a)=0$. Demak, qarama-qarshi haqiqiy sonlar yig'indisi nolga teng ekan.

Endi umumiy holda $a+(-b)$ yig'indisini qaraymiz (a va b sonlarni musbat, $-b$ ni manfiy deymiz). Agar $a>b$ bo'lsa, $a=(a-b)+b$, va shuning uchun

$a+(-b)=(a-b)+b+(-b)$. Ammo x sonning $a-b$ ga, b ga va $-b$ ga ketma-ket o'zgarishini $a-b$ ga o'zgarish deb olish mumkin (b ga va $-b$ ga o'zgarish o'zaro yo'qotiladi). Shuning uchun $a>b$ bo'lsa, a+(–b)=a–b bo'ladi.

Ravshanki, a>b bo'lganda $(-b)+a=a-b$.

Endi $a<b$ bo'lsin. Bu holda $-b=(-a)+[-(b-a)]$, shuning uchun $a+(-b)=a+(-a)+[-(b-a)]=-(b-a)]$. Demak, $a<b$ bo'lganda $a+(-b)=-(b-a)$ bo'ladi. $-b$ va a sonlarni qo'shishda ham o'sha natija chiqadi: $(-b)+a=-(b-a)$.

Haqiqiy sonlarni qo'shish qoidasini quyidagicha ta'riflash mumkin:

Bir xil ishorali ikkita haqiqiy sonni qo'shganda moduli qo'shiluvchilar modullarining yig'indisiga teng o'sha ishorali son hosil bo'ladi. Turli ishorali sonlarni qo'shganda ishorasi moduli katta bo'lgan qo'shiluvchining ishorasi bilan

bir xil bo'lgan, moduli esa katta modulli qo'shiluvchidan kishik modulli qo'shiluvchining ayirmasiga teng son hosil bo'ladi. Qarama-qarshi sonlarning yig'indisi nolga teng, sonning nol bilan qo'shilishi sonni o'zgartirmaydi.

$a>b$ bo'lgan a va b musbat sonlar uchun $a–b$ ayirma b son a ga o'tgandagi o'zgarishdir. Shunga o'xshash, har qanday a va b haqiqiy sonlar uchun $a–b$ ni b ni a ga o'tkazuvchi o'zgarish deb qabul qilamiz. U 0 nuqtani $a–b$ nuqtaga o'tkazadi. Musbat haqiqiy sonlar uchun bo'lganidagidek, bu o'zgarish b nuqtadan a nuqtaga yo'nalgan kesma sifatida geometrik tasvirlanadi. Uning uzunligi sanoq boshidan $a–b$ nuqtagacha, ya'ni $a–b$ sonning moduliga teng.

Biz ushbu muhim tasdiqni isbotladik:

B nuqtadan a nuqtaga yo'nalgan kesma uzunligi $|a–b|$ ga teng.

R to'plamda tartib munosabatini kiritamiz. $a–b$ ayirma musbat bo'lganda va faqat shunga $a>b$ deymiz. Bu munosabat assimmetrik va tranzitiv ekanligini, ya'ni qay'iy tartib munosabati ekanligini isbotlaymiz. Bunda R dan olingan har qanday a va b uchun $a=b$, $a>b$, $b>a$ munosabatlardan bittasi va faqat bittasi o'rinli, ya'ni R da tartib munosabati chiziqli. $a–0=a$ bo'lgani uchun, $a\in R_+$ bo'lsa, $a>0$, agar $a\in R_-$ bo'lsa, $a<0$. Agar $a>b$ bo'lsa, har qanday $c\in R$ uchun $a+c>b+c$ ni isbotlash oson.

Haqiqiy sonlar to'plamida ko'paytirish va bo'lish. Agar a kesma uzunligi x ga teng bo'lsa, $a=x\cdot e$ deb yozilar edi, bunda e – birlik kesma. Bitta to'g'ri chiziqda yotuvchi yo'nalgan kesmalar uchun $a=x\cdot e$ deb yozamiz va agar a va e kesmalar bir xil yo'nalgan bo'lsa, $x > 0$, agar qarama-qarshi bo'lingan bo'lsa, $x<0$ deymiz (ikkala holda ham $|x|$, e birlik o'lchovida a kesma uzunligiga teng). Agar $e=y\cdot f$ bo'lsa, $a=(x(y\cdot f))$ bo'ladi. x va y sonlarning ko'paytmasini shunday z son deb ta'riflaymizki, unda $a=z\cdot f$ bo'ladi, ya'ni $z\cdot f=x(y\cdot f)$ bo'lgandagina $z=x\cdot y$ deb olamiz.

Agar x va y sonlar berilgan bo'lsa, $x\cdot y$ ni qanday hosil qilishni aniqlash uchun xossaning multiplikativligidan a kesma uzunligi f birlik o'lchovida $|x|\cdot|y|$ ga tengligini isbotlaymiz. Agar x va y sonlar bir xil ishorali bo'lsa, a va f kesmalar bir xil yo'nalgan, agar turli ishorali bo'lsa, qarama-qarshi bo'ladi va shuning uchun $a=[OA]$ va $f=[OF]$ kesmalar yo'nalishi bir xil bo'ladi. Masalan, agar $x<y$ va $y<0$ bo'lsa, a va e kesmalar qarama-qarshi bo'ladi va shuning uchun $a=[OA]$ va $f=[OF]$ kesmalar yo'nalishi bir xil bo'ladi



Agar $x>0$ va $y<0$ bo'lsa, $a=[OA]$ va $e=[OE]$.

x va y sonlarning ko'paytmasi deb, moduli ko'paytuvchilar modullarining ko'paytmasiga teng, $z=|x|\cdot|y|$, ishorasi ko'paytuvchilar ishorasi bir xil bo'lsa, musbat aks holda manfiy bo'ladigan z songa aytiladi. Har qanday x son uchun $x\cdot 0=0\cdot x=0$, R to'plamda ko'paytirish amali qo'shish amaliga nisbatan kommutativlik, assotsiativlik va distributivlik xossalariga ega ekanligini isbotlash oson. Bu amal

qisqaruvchanlik xossasiga ega emas, chunki $z\cdot x=z\cdot y$ dan $x=y$ degan xulosa chiqarish mumkin emas; $z=0$ bo'lib, $x\neq y$ bo'lishi mumkin, u holda $z\cdot x = z\cdot y = 0$ bo'ladi, $z\neq 0$ bo'lsa, $z\cdot x=z\cdot y$ dan $x=y$ kelib chiqadi. Shunday qilib, tenglikni noldan farqli sonlargagina qisqartirish mumkin ekan.

Agar x noldan farqli bo'lsa, har qanday $y\in R$ uchun shunday z topildiki, $x=y\cdot z$ bo'ladi. Bu son x ni y ga bo'lishdan chiqqan bo'linma deyiladi va $x:y$ kabi belgilanadi. Shunday qilib, R da noldan farqli har qanday songa bo'lish ta'riflandi.

Haqiqiy sonning moduli. a haqiqiy sonning moduli deb,

$$|a| = \begin{cases} a, agar\ a \geq 0\ bo'sa, \\ -a, agar\ a < 0\ bo'lsa \end{cases}$$

munosabat bilan aniqlanadigan $|a|$ soniga aytiladi. Uning asosiy xossalarini keltiramiz:

1. $c \leq |\propto|$; 2. $|\propto \beta| = |\propto| \cdot |\beta|$;

3. $|\propto+\beta|\leq|\propto| + |\beta|$; 4. $\left|\frac{1}{\propto}\right| = \frac{1}{|\propto|}$; 5. $|\propto -\beta| \geq |\propto|-|\beta|$;

6. $\propto\leq |\propto|$, $\beta \leq |\beta| \Rightarrow |\propto +\beta|^2 =(\propto +\beta)^2 =\propto^2 + 2\propto \beta + \beta^2\leq(|\propto| + |\beta|)^2 \Rightarrow |\propto +\beta| \leq |\propto| + |\beta|$.

Haqiqiy sonning butun va kasr qismi. a sonning butun qismi deb, a dan katta bo'lmagan butun sonlarning eng kattasiga aytiladi va $[a]$ yoki $E(a)$ orqali belgilanadi. O'qitilishi: "a ning butun qismi" yoki "antye a" (farnsuzcha entiere – butun).

1-misol. a. [3,2]=[3,8]=3;

b. [0,2]=[0,99]=[0];

c. [–1,2]=[–1,5]=-2;

shu kabi $10\frac{4}{5}+5\frac{2}{5}=16\frac{1}{5}$ bo'lgani uchun

d. $\left[10\frac{4}{5} + 5\frac{2}{5}\right]=\left[16\frac{1}{5}\right]16$;

e. $28\cdot[0,7]=28\cdot0= 0$;

f. $8:\left[2\frac{2}{5}\right]=4$; k. $[\pi]=3$; l. $[-\pi]=-4$.

Sonning butun qismi quyidagi xossalarga ega:

1-xossa. $a, b\in Z$ bo'lganda, $[a+b] =[a]+[b]$ bo'ladi.

2-xossa. $a,b\in R$ bo'lganda, $[a+b]\geq[a]+[b]$ bo'ladi.

a.[9+10]=[9]+[10]=19; b.[9,8]+[9,9]=9+9=18;

c.[9,8+9,9]=[19,7]=19. 18<19.

a–$[a]$ ayirma a sonining kasr qismi deyiladi va $\{a\}$ orqali belgilanadi: $\{a\}=a$ $[a]>0$, $0\leq\{a\}<1$, bunda $a=[a]+\{a\}$.

2-misol. $\left\{16\frac{1}{5}\right\} = \frac{1}{5}$, {–1,5}={–2+0,5}=0,5; $\{\pi\}$=0,14...

3-misol. Agar $[a]=[b]$ bo'lsa, $–1<a–b<1$ bo'linishini isbot qilamiz.

Isbot. $a=[a]+\{a\}$ va $b=[b]+\{b\}$ bo'lganidan $a-b=([a]+\{a\})-([b]+\{b\})=([a]-[b])+\{a\}-\{b\}=\{a\}-\{b\}$. Lekin $0\leq\{a\}<1$, $0\leq\{b\}<1$.

Shunga ko'ra (va qarama-qarshi ma'nodagi tengsizliklarni hadlab ayirish mumkinligiga asoslansak):

$$0 \leq \{a\} < 1$$
$$\underline{1 > \{b\} \geq 0}$$
$$-1 \leq \{a\} - \{b\} < 1$$

4-misol. Agar a soni butun va nomanfiy bo'lsa, $[na] \geq n[a]$ bo'lishini isbotlang.

Isbot. $[na]=[n([a]+\{a\})]=n[a]+n\{a\}$, bunda $n\{a\}\geq 0$.

Demak, $[na] \geq n[a]$.

5–misol. $\left[\frac{x-1}{3}\right]=x$ tenglamani yechamiz.

Yechish. Tushunarliki, $x\in Z$ va $x\leq \frac{x-1}{3}< x+1$ bo'lishi zarur. $x\leq \frac{x-1}{3}< x+1$ tengsizlik $x=-1$ dan iborat yagona butun yechimga ega va bu yechim berilgan tenglamani qanoatlantiradi. Shunday qilib, berilgan tenglama $x=-1$ dan iborat yagona yechimga ega.

Taqribiy sonlarni qo`shish. Bir necha taqribiy sonlarni qo`shganda, bu qo`shiluvchilarning birontasida yo`q bo`lgan xonalarga qarab yig`indi natijasining o`ng tomonidan yaxlitlash qoidasiga asosan, mos tartibda xonalar olib tashlanadi va ularning o`rniga nollar yoziladi.[1]

Misol. Shirkat xo`jaligining 3700 ga (100 gektargacha aniqlik bilan) yeriga paxta, 260 ga (100 gektargacha aniqlik bilan) yeriga pichan ekilgan. 58 ga yeri turar joydan iborat. Shirkat xo`jaligining umumiy yeri qancha?

3700
\+ 260
58

4018≈4000 ga.

Demak, bu qo`shiluvchilardan eng ko`p aniqmas xonaga ega bo`lgani 3700, boshqalariniki unikidan kam. Shuning uchun natijaning oxirgi ikki xonasini yaxlitlab, nollar bilan almashtiramiz.

Taqribiy sonlarni ayirish. Taqribiy sonlarni ayirish ham taqribiy sonlarni qo`shishdek bajariladi. Masalan, shirkat xo`jaligining 2450 ga yeriga bug`doy ekilgan. Uning 836 gektari bahorda ekilgan, qolgani kuzda ekilgan.Kuzda qancha yeriga bug`doy ekilgan (2450 o`ngacha aniqlikda olingan)?

_2450
836

[1] Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Muxitdinova M.N., Toshpo'latova M.I. Matematika. TDPU. (Boshlang'ich ta'lim va sport-tarbiyaviy ish bakalavriyat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik) Toshkent-2014

$1614 \approx 1610$(ga)

Taqribiy sonlarni ko`paytirish. Taqribiy sonlarni ko`paytirganda ko`paytuvchilarning qaysi biri eng kam aniq raqamga ega bo`lsa, natijada o`shaning raqamlari soni saqlanadi. Natijani aniqroq hisoblash kerak bo`lsa, hisoblash davridagi natijalarda bir xona ortiq olish mumkin. Lekin oxirgi natijada olingan qo`shimcha xona tashlab yuboriladi.

Misol. Maktab sport zalining uzunligi 17 *m* 74 *sm*, eni esa 9 *m* 63 *sm* ga teng. Maktab sport zalining yuzini toping.

Yechish. $1774sm \times 963sm = 1708362$(kv.sm) $\approx$ 170 0000 kv.sm= 170 kv.m.

O`lchaganda lenta tarang yoki bo`sh bo`lib, uzunligi va enidagi birlik xonalari ishonchsiz bo`lishi mumkin. Shuning uchun bo`yidagi 177 raqami ishonchli, enidagi 96 raqami ishonchli deb, natijada ham yaxlitlash yo`li bilan 177 raqamini qoldirib, boshqa raqamlarni tashlab yuboramiz. Agar hisoblash natijasi bir necha amallar bilan kelib chiqadigan bo`lsa, uni aniqroq hisoblash uchun oraliqdagi amallar natijasida, yuqoridagi ko`rsatilgan qoidada aytilganidek bitta raqam ortiq olish kerak. Lekin bu raqam natijalarda hisobga olinmaydi. Masalan, yuqoridagi ko`rsatilgan zalning balandligi 9 *m* 26 *sm* bo`lsa, uning hajmini topish uchun asosining yuzi 1774 *sm* × 963 *sm* $\approx$ 1710000 kv.sm ni topamiz, bunda bitta raqamni, ya’ni 1 ni qo`shimcha qilib oldik. Endi uni balandligiga ko`paytiramiz. U uch raqamli bo`lib, bir qo`shimcha raqamni hisobga olmaymiz.

1710000 kv.*sm*×926*sm*=1583460000 kub *sm* $\approx$ 1600 000 000 kub *sm*=1600 kub *m*.

Taqribiy sonlarni bo`lish. Taqribiy sonlarni bo`lish amali taqribiy sonlarni ko`paytirishdek bajariladi. Bunda bo`luvchi va bo`linuvchilarning qaysi birida aniq raqam soni kam bo`lsa, bo`linmada shuncha aniq raqam soni saqlanadi.

Masalan, aytaylik bo`luvchi va bo`linuvchilardan birining olti raqami, ikkinchisining uch raqami aniq bo`lsa, bo`linma uchta aniq raqamli qilib olinadi. Shuning uchun ham bo`linmadagi uch raqamdan keyingi qoldiq bo`luvchining yarmidan ortiq bo`lsa, u uchinchi raqamga bir qo`shish kerak, agar yarmidan kam bo`lsa, uchta raqamni o`zgarishsiz qoldirish kerak.

Misol. $234564 : 310 \approx 757$

```
_ 234564 | 310
  2170   | 756,65
_ 1756
  1550
  2064
_ 1860
  2040
  1860
  1800
  1550
   250
```

Masala ishlash vaqtida bo`lishda ham ko`paytirishga o`xshash aniqroq hisoblash maqsadida vaqtincha bo`linmada bir raqam qo`shimcha olish kerak. (Qo`shimcha olingan raqam oxirgi natijada e'tiborga olinmaydi). Taqribiy sonlarni ko`paytirish va bo`lishda komponentlarning biri aniq son, biri taqribiy son bo`lsa, natija taqribiy sonlarning aniq raqamiga qarab aniqlanadi. Aniq sonning raqamiga qaralmaydi. Taqribiy sonlarni ko`paytirish va bo`lishda komponentlardan birining bosh raqamlari 1,2,3; natijaning bosh raqami 9,8,7 bo`lib kelsa, natijani yuqoridagi qoidadan, bir raqam kam olib hisoblash kerak. Shu bilan birga ko`p raqamli sonni kam raqamli songa bo`lishu chun, o`sha bo`luvchining aniq raqami qancha bo`lsa, bo`linuvchini ham shuncha raqamgacha bo`lib, qolganlariga nollar qo`yamiz. Bunda qancha nol qo`yamiz, degan savol tug`iladi. Ma'lumki, bo`linmaning raqamlari soni bo`linuvchi bilan bo`luvchining raqamlari sonlarining ayirmasiga teng yoki undan bitta ortiq bo`ladi. Qaysi vaqtda teng bo`ladi? Qaysi vaqtda bitta ortiq bo`ladi?

Agar bo`lishni boshlashda bo`luvchi qancha raqamli bo`lsa, bo`linuvchining ham shuncha raqami unga yetarli bo`lmasa, unda bo`linmaning raqam soni bo`linuvchi bilan bo`luvchining raqam sonlarining ayirmasidan bitta ortiq bo`ladi. Agar o`sha birinchi bo`lishda bo`luvchining raqami soniga mos (teng) bo`lgan bo`linuvchining boshraqami soni yetmasa, tag`in bir raqam qo`shiladigan bo`lsa, u holda bo`linmaning raqami soni bo`linuvchi bilan bo`luvchining raqami sonlarining ayirmasiga teng bo`ladi.

Sonlarni yaxlitlashning uch xil usuli mavjud:

1. k-raqamigacha kami bilan yaxlitlash (k+1)- raqamidan boshlab barcha raqamlarni tashlab yuborishdan iborat.

2. Ortig'i bilan yaxlitlash kami bilan yaxlitlashdan shu bilan farq qiladiki, bunda, oxirgi saqlab qolinadigan raqamga bir qo'shiladi.

3. Eng kichik xatolik bilan yaxlitlash ortig'i bilan yaxlitlashdan shunisi bilan farq qiladiki, bunda tashlab yuboriladigan raqamlarning birinchisi 4 dan katta bo'lgandagina oxirgi saqlab qolinadigan raqamga bir ko'shiladi.

Istisno xol: agar eng kichik xatolik bilan yaxlitlash faqat bitta 5 raqamini tashlab yuborishdan iborat bo'lsa, u holda oxirgi saqlab qolinadigan raqam juft bo'lsa, u o'zgartirilmaydi, agar u toq son bo'lsa, 1 qo'shiladi.

Bu ta'riflarni ko'rsatish uchun ushbu jadvalni qaraylik:

274,67	***Yaxlitlash natijasi***		
	kami bilan	***Ortig'i bilan***	***eng kichik xatolik bilan***
4-qiymatdor raqamgacha	***274,6***	***274,7***	***274,7***
3- qiymatdor raqamgacha	***274***	***275***	***275***
2- qiymatdor raqamgacha	***$27*10^1$***	***$28*10^1$***	***$27*10^1$***

1- qiymatdor raqamgacha	$2*10^2$	$3*10^2$	$3*10^2$

Taqribiy sonlarni yaxlitlashning yuqorida keltirilgan qoidalaridan kelib chiqadiki, eng kichik xatolik bilan yaxlitlashdan kelib chiqadigan xatolik oxirgi saqlab qolinadigan xona birligining yarmidan ortiq bo'lmaydi, kami yoki ortig'i bilan yaxlitlashda esa xatolik oxirgi saqlab qolinadigan xona birligining yarmidan ortiq bo'lishi ham mumkin lekin u bu xonaning butun birligidan ortik bo'lolmaydi.

6-misol. x=723,467 berilgan. 5-qiymatdor raqamigacha eng kichik xatolik – bilan yaxlitlashdan so'ng x=723,47 ga ega bo'lamiz, shu bilan birga

$$\Delta x = 0{,}003 < \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 = 0{,}005.$$

7-misol. 274,67 sonini 4-qiymatdor raqamigacha kami bilan yaxlitlashda 274,6 ni hosil qilamiz. Yaxlitlashning absolyut xatoligi 0,07 ga teng, demak,

$$0{,}07 > \frac{1}{2} \cdot 0{,}1,$$

lekin 0,07 < 0,1 ya'ni yaxlitlash xatoligi oxirgi saqlab qolinadigan xona birligining yarmidan katta, lekin bu xona birligidan kichik.

274,67 sonini 4-qiymatdor raqamigacha ortig'i bilan yoki eng kichik xatolik bilan yaxlitlashda absolyut xatolik 0,03 ga teng va shu sababli

$$0{,}03 < \frac{1}{2} \cdot 0{,}1.$$

Bu yerda xatolik so'ngi saqlab qolinadigan xona birligining yarmidan kichik.

Agar x son biror kattalikning yaqinlashishi bo'lsa, u holda x son yaxlitlanganda so'ng uning dastlabki xatoligiga yaxlitlash natijasida kelib chiqqan xatolik qo'shiladi

8-misol. 7,36 soni haqiqiy qiymati teng bo'lgan biror kattalikning yaqinlashishi bo'lsin, ya'ni a=7,436. Yaqinlashishlarni yozish qoidasiga muvofiq bu yaqinlashish absolyut xatoligining chegarasi 0,001 ga teng. 7,436 sonini 2-qiymatdor raqamigacha yaxlitlaymiz. U holda $\Delta_a = 0{,}001 + 0{,}037 = 0{,}037$ xatolik bilan a=7,4, bu yerda 0,036 soni yaxlitlash xatoligi.

Ta'rif. Aniq son bilan taqribiy sonning farqini absolyut xato deyiladi.

9-misol. $90{,}3 \approx 90$; bunda 90,3–aniq son, 90–taqribiy son, 90,3–90=0,3–absolyut xato.

Ta'rif. Absolyut xatoning aniq songa bo`lgan nisbatini nisbiy xato deyiladi.

Berilgan misolda nisbiy xato $\frac{0{,}3}{90{,}3}$ ga teng.

3. Haqiqiy sonlar to'plamining xossalari.

Haqiqiy sonlar ustida bajariladigan asosiy arifmetik amallar quyidagilar:

- **Qo'shish**
- **Ayirish**
- **Ko'paytirish**
- **Bo'lish**
- **Darajaga ko'tarish**

Keling, har bir amal bo'yicha qisqacha tushuntirish beramiz.

Qo'shish (Addition)

Haqiqiy sonlar ustida qo'shish amali ikkita sonni birlashtirishni anglatadi. Qo'shish amali assotsiativ va komutativ bo'ladi. Bu shuni anglatadiki, sonlar ketma-ketligida tartib o'zgarganida ham natija o'zgarmaydi.

- **Komutativlik**: $a+b=b+a$
- **Assotsiativlik**: $(a+b)+c=a+(b+c)$

Misol:
$3+2=5$
$-4+6=$
$0,5+0,25=0,75.$

Ayirish (Subtraction)
Ayirish amali bir sonni ikkinchisidan ayirishni anglatadi. Ayirish komutativ emas, ya'ni sonlar ketma-ketligi o'zgarganda natija o'zgaradi.

- **Ayirish**: $a-b$ deganda, b soni a sonidan ajratiladi.
  Misollar:
  $5-3=2.$
  $-3-(-5)=2.$
  $1.25-0.75=0.5$

- **Ko'paytirish (Multiplication)**

Ko'paytirish amali ikki sonning ko'paytirilishini anglatadi. Ko'paytirish assotsiativ, komutativ va distributiv bo'ladi. Distributivlik demak, ko'paytirish va qo'shishni birlashtirishda ularning o'zaro aloqasi saqlanadi.

- **Komutativlik**: $a\times b=b\times a$
- **Assotsiativlik**: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
- **Distributivlik**: $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

Bo'lish (Division)

Bo'lish amali bir sonni ikkinchisiga bo'lishni anglatadi. Bo'lishda ehtiyot bo'lish kerak, chunki nolga bo'lish mumkin emas. Bo'lish komutativ emas, ya'ni sonlar tartibi bo'lsa natija o'zgaradi.

Kuchaytirish (Exponentiation)

Kuchaytirish amali bir sonni boshqa bir sonning darajasi sifatida ifodalashni anglatadi. Bu amal ko'plab matematik ifodalarda, jumladan, geometriya, algebra va fizikada keng qo'llaniladi.

Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar xususiyatlari

Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallarni bajarishning ba'zi muhim xususiyatlari:

- **Qo'shish va ayirish amallari komutativ va assotsiativdir.**
- **Ko'paytirish va bo'lish amallari komutativ va assotsiativdir, lekin bo'lishda ehtiyot bo'lish zarur, chunki nolga bo'lish mumkin emas.**
- **Ko'paytirish va bo'lish amallari distributivdir.**
- **Daraja olish amali assotsiativdir, lekin komutativ emas.**

Amaliy tushuncha: Haqiqiy sonlar arifmetikasi

Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallarni bajarish nafaqat matematik nazariyada, balki kundalik hayotda ham muhim rol o'ynaydi. Masalan:

- **Miqdorlarni hisoblash**: Pul hisoblash, vaqtni hisoblash, masofa va tezlikni hisoblashda haqiqiy sonlar ustida amallar qo'llaniladi.
- **O’lchovlar**: O'lchovlar va qurilmalar yordamida aniq natijalar olishda haqiqiy sonlarning amaliy ahamiyati katta.

Absolyut va nisbiy xatolar quyidagi xossalarga ega.

1-xossa. Bir necha taqribiy sonlar yig`indisining absolyut xatosi qo`shiluvchilar absolyut xatolarining yig`indisiga teng.

2-xossa. Ikki taqribiy son ayirmasining absolyut xatosi bu sonlarning ikkalasi ham ortig`i bilan yoki ikkalasi ham kami bilan olingan bo`lsa, shu taqribiy sonlar absolyut xatolari ayirmasiga teng bo`ladi.

3-xossa. Biri kami bilan, ikkinchisi ortig`i bilan olingan ikkita taqribiy son ayirmasining absolyut xatosi kamayuvchi va ayriluvchining absolyut xatolari yig`indisiga teng.

4-xossa. Ikki taqribiy son ko`paytmasining absolyut xatosi har qaysi son aniq qiymatini ikkinchi sonning absolyut xatosiga ko`paytirish natijalarining va ikkala son absolyut xatolari ko`paytmasining yig`indisiga teng.

5-xossa. Taqribiy sonni biror aniq songa bo`lishdan chiqqan bo`linmaning absolyut xatosi bo`linuvchining absolyut xatosini bo`luvchiga bo`lishdan chiqqan bo`linmaga teng.

6-xossa. Taqribiy sonlarni bo`lishda bo`linmaning nisbiy xatosi bo`linuvchi va bo`luvchining nisbiy xatolari yig`indisiga teng.

Xossalardan bittasini isbotini keltiramiz, (boshqa xossalarni isbotini talabalarni mustaqil bajarishiga qoldiramiz).

Ikkinchi xossani isboti:

a va b lar aniq sonlar, A va Blar mos ravishda ularning taqribiy qiymatlari, α va β lar mos ravishda taqribiy sonlarning absolyut xatolari bo`lsin. Agar $a$ - kamayuvchi, $b$ - ayriluvchi bo`lib, ikkalasi ham ortig`i yoki kami bilan olingan bo`lsa, ikkinchi xossa shartiga ko`ra

$A-B$ ayirmaning absolyut xatosi, $\alpha-\beta$ ga (ortig`i bilan olinganda) yoki $\beta-\alpha$ ga teng (kami bilan olinganda) bo`lishini isbotlash kerak.

I – hol. Ava Bortig`i bilan olingan taqribiy sonlar bo`lsin, u holda:

$A=a+\alpha$

$B=b+\beta$

Qo`shish va ayirish xossalariga ko`ra:

$A-B=(a+\alpha)-(b+\beta)=a+\alpha-b-\beta=(a-b)+(\alpha-\beta)$.

II-hol. Ava B kami bilan olingan taqribiy sonlar bo`lsin, u holda

$A=a-\alpha$

$B=b-\beta$

qo`shish va ayirish xossalariga ko`ra:

$A-B=(a-\alpha)-(b-\beta)=a-\alpha-b+\beta=(a-b)+(\beta-\alpha)$

Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar matematikadan to kundalik hayotgacha bo'lgan turli sohalarda muhim rol o'ynaydi. Haqiqiy sonlarning qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish va kuchaytirish kabi amallarini yaxshi tushunish matematikada va turli ilmiy sohalarda muvaffaqiyatli ishlash uchun zarur. Arifmetik amallarni bilish va ularning xususiyatlarini tushunish, bizga murakkab hisob-kitoblarni osonlashtirishga yordam beradi.

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. *R* da ko’paytirish kommutativ va assotsiativ ekanligini isbotlang.
2. *R* da ko’paytirish qo’shishga va ayirishga nisbatan distributivlik ekanligini isbotlang.
3. 27 ta musbat va 32 ta manfiy ko’paytuvchilarning ko’paytmasi qanday ishoraga ega?
4. -7 da 10 gacha butun sonlar ko’paytmasi nimaga teng?
5. Ifodalar qiymatini hisoblang;
   a) $702{,}3-(59-389{,}56 : 6{,}8) \cdot (59{,}3 - 5{,}64 : 9{,}4)$;
   b) $(6{,}8 \cdot 52{,}4 - 256{,}32) \cdot (77{,}34 + 61{,}32 : 7{,}3) - 919{,}6$.