3-MAVZU: Ratsional sonlar. Ulush tushunchasi. Kasr tushunchasi. Butunning ulushi, ulushlarga ko'ra butunni topish. Ratsional sonlar. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari. Ratsional sonlar to'plamining xossalari. Davriy o'nli kasrlar va ular ustida arifmetik amallar.

Mavzu rejasi:

1. Ulush tushunchasi. Kasr tushunchasi.

2. Ratsional sonlar.

3. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar. Ratsional sonlar to'plamining xossalari.

4. O'nli kasrlar va ular ustida arifmetik amallarni bajarish algoritmi.

5. Davriy o'nli kasrlar va ular ustida amallar.

1. Kasr tushunchasini kiritilishi. KASR-arbcha "Kasara" so'zidan olingan bo'lib parcha, ulush, bo'lak, qism ma'nolarini bildiradi. Matematikaning amaliyotga ko'pgina tadbiqi ikkita asosiy masalaga, ya'ni kattaliklarni o'lchash va chekli to'plamlar elementlari sonini hisoblashga doir masalalarga olib keladi. To'plamlar elementlari sonini sanash natural sonlar bilan ifodalanadi.

Lekin hamma vaqt ham o'lchanadigan kattalikni butun son marta o'lchov birligi orqali ifodalab bolmagan. Bu esa natural sonlardan boshqa sonlarni ham kiritishga ya'ni sonlar tushunchasini kengaytirishga olib kelgan. Ma'lumki, matematika kursida natural, butun, ratsional, irratsional, haqiqiy va kompleks sonlar to'plamlari bilan ish ko'riladi. Sonlarning turli to'plamlari orasidagi o'zaro bog'lanishlari xususida to'xtalamiz.

Son tushunchasining kengayishi jarayonidagi dastlabki to'plam N_o bo'ldi. Biz buni avvalgi mavzuda ko'rib o'tdik. Juda qadim zamonlarda paydo bo'lgan natural son tushunchasi ko'p asrlar davomida kengaydi va umumlashtirildi. Kattaliklarni (miqdorlarni) yanada aniqroq o'lchashga bo'lgan talab musbat kasr sonlar tushunchasiga olib keldi. Manfiy sonlar tushunchasining paydo bo'lishi tenglamalarni yechish va nazariy izlanishlar bilan bog'liq. Nol avval sonning yo'qligini bildirgan bo'lsa, manfiy sonlarning kiritilishi bilan butun sonlar to'plami Z da hamda ratsional sonlar to'plami Q da teng huquqli songa aylandi.

Bizning eramizgacha V asrda Pifagor maktabida musbat ratsional sonlar kesmalar uzunliklarini aniq o'lchash uchun yetarli emasligi aniqiangan va keyinroq bu muammo hal qilingandan keyin irratsional sonlar paydo bo'ldi, XVI asrda esa o'nli kasrlarning kiritilishi bilan haqiqiy sonlarga qadam qo'yildi. Haqiqiy sonning qat'iy ta'rifi, haqiqiy sonlar to'plami xossalarining asoslanishi XIX asrda berildi.

Haqiqiy sonlar tushunchasi kengayishi jarayonini davom ettirish mumkin va u davom etadi. O'quvchilaming kasr sonlar bilan dastlabki tanishuvi boshlang'ich sinflarda boshlanadi. Keyinchalik o'rta sinflarda kasr sonlar tushunchasi aniqlashtiriladi va kengaytiriladi. Shuning uchun boshlang'ich sinf o'qituvchisi kasr

va ratsional sonlar ta'rifini, ratsional sonlar ustida amallar bajarish qoidasini va bu amallar qonunlarini bilishi zarur, shuningdek, ratsional va haqiqiy sonlar to'plamlari bilan natural sonlar to'plamining o'zaro bog'liqligini ko'ra bilishi kerak. Bu boshlang'ich va o'rta sinflarda matematikani ketma-ket o'rganish uchun zarurdir.

2. Ratsionl sonlar.

Kasrlarning paydo bo'lishi tarixi kattaliklarni o'lchash bilan bog'liq.

Masalan, 7:2 = 3.5, 9:4 = $2\frac{1}{4}$, ... Bu yerda hosil qilingan bo'linmadagi 3,5; $2\frac{1}{4}$; ... sonlari butun sonlar to'plamida mavjud emas. Umuman olganda $m \cdot x=n$, $m\neq 0$ ko'rinishdagi tenglamaning yechimi butun sonlar to'plamida har doim mavjud emas, bu tenglama har doim $x=\frac{n}{m}$ ko'rinishdagi yechimga ega bo'lishi uchun kasr tushunchasini kiritish orqali butun sonlar to'plamini kengaytirib, unga barcha manfiy va musbat kasr sonlarni qo'shish kerak. Bu degan so'z $\left\{-\frac{p}{q},0,\frac{p}{q}\right\}$ ko'rinishdagi ratsional sonlar to'plamini hosil qilish kerak deganidir. Shundagina $mx=n$ ko'rinishdagi tenglamalar har doim yechimga ega bo'ladi. Bu erda r va q lar natural sonlardir. Yuqoridagi mulohazalarga ko'ra ratsional songa quyidagicha ta'rif berish mumkin: $\frac{p}{q}$ ko'rinishdagi qisqarmas kasrga ratsional son deyiladi[1].

Birlikning bir yoki bir necha ulushini ifadalovchi son kasr son deyiladi. Kasr sonlar ikki xil bo'ladi: oddiy va o'nli kasr. Oddiy kasr o'z navbatida ikkiga bo'linadi.To'g'ri va noto'g'ri kasr bo'lib.

Kasrning surati m maxrajidan katta bo'lsa bunday kasr noto'g'ri kasr, kichik bo'lsa to'g'ri kasr deyiladi. Oddiy kasrning umumiy ko'rinishi $\frac{n}{m}$ shaklda bo'lib, bunda $m\neq 0$, *n*- kasrning surati, *m* esa kasrning maxraji deyiladi.

Masalan: $\frac{4}{3}$ - noto'g'ri kasr, $\frac{1}{2}$ - to'g'ri kasr.

Maxraji 10 yoki 10ning darajalaridan iborat kasr o'nli kasr deyiladi.

Masalan: $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{100}$,...

Qoida: Oddiy kasrni o'nli kasr ko'rinishida yozish uchun uning suratini maxrajiga bo'lish ker ak.

Masalan: $\frac{1}{2}=0.5$, $\frac{1}{4}=0.25$, $\frac{3}{8}=0.375$

[1]Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Muxitdinova M.N., Toshpo'latova M.I. Matematika. TDPU. (Boshlang'ich ta'lim va sport-tarbiyaviy ish bakalavriyat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik) Toshkent-2014

Qoida: O’nli kasrni oddiy kasr ko’rinishida yozish uchun uning o’qilish tartibiga rioya qilgan holda yozish kerak.

Masalan: $0.1-$ nol butun o’ndan bir, demak: $\frac{1}{10}$

2.01 - ikki butun yuzdan bir - $2\frac{1}{100}$

Qoida: agar oddiy kasrning maxraji 2 va 5 dan (yoki ularning darajalaridan) iborat bo’lsa, bunday kasr chekli o’nli kasrga aylanadi. (aks holda cheksiz o’nli kasr hosil bo’ladi).

Masalan: $\frac{1}{2}=0.5,\quad \frac{1}{4}=0.25,\ \frac{3}{8}=0.375,\quad \frac{1}{25}=\frac{1}{5^2}=0.04$

Butun va kasr qismlardan iborat kasrlarga aralash kasrlar deyiladi.

Masalan: $3\frac{1}{2},\ \ 2\frac{4}{5}, 1\frac{2}{3}$

Aralash kasrlarni oddiy kasrlarga aylantirishda maxraj o’zgarishsiz o’rnida qoladi, lekin maxraj butun qismiga ko’paytirilib, so’ngra suratdagi songa qo’shilib suratning o’rniga yoziladi, bunda noto’g’ri kasr hosil bo’ladi, ya’ni: $2\frac{1}{3}$ aralash kasrni noto’g’ri kasrga aylantirishda: $2\frac{1}{3}=\frac{3\cdot 2+1}{3}=\frac{7}{3}$

3. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar. Ratsional sonlar to’plamining xossalari.

Oddiy kasrlarni qo’shish yoki ayirishda ularga umumiy maxraj beriladi, so’ngra suratlari hisoblanadi.

Masalan: $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 1+1\cdot 3}{8}=\frac{5}{8},\quad \frac{2}{12}-\frac{4}{11}=\frac{11\cdot 2-4\cdot 12}{132}=-\frac{26}{132}$

Oddiy kasrlarni ko’paytirganda ularning suratlari alohida, maxrajlari alohida ko’paytiriladi.

Masalan: $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8},\quad \frac{2}{7}\cdot\frac{3}{12}=\frac{6}{84},\ 2\cdot\frac{5}{8}=\frac{10}{8}$

Oddiy kasrlarni bo’lganda birinchi kasr o’zgarishsiz yozilib, bo’linma belgisi ko’paytmaga almashib, so’ngra ikkinchi kasrning surati maxrajga, maxraj esa suratga yozilib hisoblanadi:

Masalan: $\frac{1}{2}:\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\cdot\ \frac{4}{3}=\frac{2}{3},\quad \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{12}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{12}{3}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}.$

4. O’nli kasrlar va ular ustida arifmetik amallarni bajarish algoritmi.

Ma’lumki, kasr sonlarning paydo bo`lishi kattalikning bir birligidan ikkinchi birligiga o`tishdir, kasr maxraji berilgan kattalik birligi nechta ulushga bo`linishini ko`rsatadi. Hozirgi paytda deyarlik barcha mamlakatlarda xalqaro birliklar sistemasi

ishlatiladi. Bu sistemada o`nli sanoq sistemasidan foydalanilganligi uchun kattaliklarning yangi birliklari berilganlarni 10, 100, 1000 va hakozo marta kamaytirish va ko`paytirish bilan hosil qilinadi. Masalan, 1 dm=10 sm;1 sm=100 mm; 1 km=1000 m=10000 dm;1 kg= 1000 g va h.k. Shuning uchun amalda maxraji 10 ning darajalari bo`lgan kasrlar ya'ni $\frac{m}{10^n}$ (bunda $m,n$-natural sonlar) katta ahamiyatga ega. Bunday kasrlarga o`nli kasrlar deyiladi. O`nli kasrlardan farqli ravishda $\frac{m}{n}$ ko`rinishdagi kasrlar oddiy kasrlar deyiladi[2].

Sonning o`nli kasr ko`rinishidagi yozuvining ma'nosini aniqlaymiz.

$$\frac{4362}{10^2}$$

kasrni olamiz va quyidagi shakl almashtirishlar bajaramiz:

$$\frac{4362}{10^2}=\frac{4\cdot10^3+3\cdot10^2+6\cdot10+2}{10^2}=4\cdot10+3+\frac{6}{10}+\frac{2}{10^2}.$$

$4\cdot10+3$ yig`indi 43 sonining yozuvidir, $\frac{6}{10}+\frac{2}{10^2}$ yig`indi esa $\frac{4362}{10^2}$ sonining kasr qismining yozuvidir. Bunday kasr qismini maxrajsiz yozish qabul qilingan, bunda kasr qismi butun qismidan vergul bilan ajratiladi: $\frac{4362}{10^2}=43{,}62$.

Umumiy holda qaraylik. Kasr suratining o`nli sanoq sistemasidagi yozuvi

$m=\overline{m_k\ldots m_0}$

ko`rinishga, boshqacha yozganda

$m=m_k\cdot10^k+\ldots+m_0$

ko`rinishga ega bo`lsin. U holda daraja ustidagi amallarni bajarish qoidasiga ko`ra ( $n\le k$ bo`lganda) quyidagiga ega bo`lamiz.

$$\frac{m}{10^n}=\frac{m_k\cdot10^k+\ldots+m_n10^n+m_{n-1}10^{n-1}+\ldots+m_0}{10^n}=$$

$$=m_k10^{k-n}+\ldots+m_n+\frac{m_{n-1}}{10}+\ldots+\frac{m_0}{10^n}\quad(1)$$

$m_k10^{k-n}+\ldots+m_n$ -

[2]Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Muxitdinova M.N., Toshpo‘latova M.I. Matematika. TDPU. (Boshlang‘ich ta’lim va sport-tarbiyaviy ish bakalavriyat ta’lim yo‘nalishi talabalari uchun darslik) Toshkent-2014

natural sonini m bilan belgilaymiz. (1) o`nli kasrni quyidagicha belgilash qabul qilingan: m, $m_{n-1},...,m_0$. Shunday qilib, $\frac{m}{10^n}$ kasrni yozishda, $m$ sonini o`nli yozuvdagi oxirgi n ta raqami vergul bilan ajratiladi. Masalan, $\frac{621}{10^2}=6,21.$

Ma'lumki, o`nli kasrlarni taqqoslash va ular ustida amallar bajarish oddiy kasrlarga teng va osonroq. Masalan, $0,4563<0,4572$, chunki sonlarning o`nli va yuzli ulushlari teng bo`lgani bilan, birinchi sonning mingli ulush ikkinchi sonni minglik ulushidan kichik $(6<7)$.

O`nli kasrlarni taqqoslash va ular ustida amallar bajarish oson bo`lgani uchun quyidagi savol kelib chiqadi: $\frac{m}{n}(m,n\in N)$ ko`rinishdagi har qanday kasrni ham o`nli kasr ko`rinishida yozish mumkinmi?

Bunga quyidagi teorema javob beradi.

Teorema. $\frac{m}{n}$ qisqarmas kasr chekli o`nli kasrga teng bo`lishi uchun bu kasr maxrajining tub ko`paytuvchilarga yoyilmasida faqat $2$ va $5$ sonlari bo`lishi zarur va yetarlidir. (Biz uni isbotsiz qabul qilamiz.)

Masalan, $\frac{17}{250}$ kasrni o`nli kasr ko`rinishida yozish mumkin, chunki u qisqarmas va maxrajining tub ko`paytuvchilarga yoyilmasi 2 va 5 sonlari darajalaridangina iborat: $250=2\cdot5^3$, $\frac{7}{15}$ kasrni o`nli kasr ko`rinishida yozib bo`lmaydi, uning maxrajining tub ko`paytuvchilarga yoyilmasida 3 soni bor: $15=3\cdot5$.

O`nli kasrlar orasida $0,01$ kasr ajralib turadi va undan ko`p foydalaniladi, u protsent deb ataladi va 1% deb belgilanadi. Amalda kattaliklarning qismlari protsentlar bilan ifodalanadi. Masalan, tovarning narxi 20% arzonlashtirildi. Agar shakar qamish tarkibida 15% shakar bo`lsa, 10 t shakar qamishda qancha shakar bor? $0,15\cdot10\text{т}=1,5\text{т}$. Demak, 10t ning 15% i $1,5\,t$ ni tashkil qilar ekan.

O`nli kasrlar ustida arifmetik amallarni bajarish algoritmi.

Endi o`nli kasrlar ustida amallarini bajarish algoritmlarini keltiramiz.

Ikkita o`nli kasrni qo`shish (ayirish) algoritmi:

1) ikkita o`nli kasrda verguldan keyingi o`nli belgilar sonini tenglashtirish kerak, agar o`nli kasrning bittasida o`nli belgilar soni kam bo`lsa, uning o`ng tomoniga bir qancha nollar yozish bilan tenglashtiriladi;

2) hosil qilingan o`nli kasrda vergullarni tashlab, hosil bo`lgan natural sonlar

qo`shiladi (ayiriladi);

3) natijada hosil bo`lgan yig`indi (ayirma) sonida qo`shiluvchilarning (kamayuvchi va ayriluvchida) qaysi birida o`nli belgilar ko`p bo`lsa, shuncha o`nli belgini vergul bilan ajratish kerak.

Masalan, 3,12 va 2,1536 o`nli kasrlarni qo`shing va ayiring.

a) 3,12 + 2,1536= 3,1200+2,1536=5,2736.

b) 3,12 – 2,1536= 3,1200 – 2,1536=0,9664.

O`nli kasrlarni ko`paytirish algoritmi:

1) ikkita o`nli kasrdagi vergullar tashlab yuboriladi;

2) hosil bo`lgan ikkita natural son natural sonlarni ko`paytirish qoidasiga asosan ko`paytiriladi;

3) ko`paytmada hosil bo`lgan natural sonning o`ngidan chapiga qarab, ikkita o`nli kasrda verguldan keyin qancha raqam bo`lsa, shuncha raqam sanalib vergul qo`yiladi.

Masalan, 2,15·3,17=6,8155.

Ikki o`nli kasrni bo`lish algoritmi:

1) ikkita o`nli kasrning verguldan keyingi raqamlar soni tenglashtiriladi, agar bittasida raqamlar soni kam bo`lsa, o`nli kasr oxirgi raqamini ketiga nollar yozib to`ldiriladi;

2) hosil bo`lgan o`nli kasrlarning vergullari tashlab yuboriladi;

3) ikkita natural sonlarni bo`lish qoidasiga asosan bo`linadi.

Masalan, 40,625:12,5=40625:12500=3,252.

5. Davriy o’nli kasrlar va ular ustida amallar.

$\frac{1}{3}$ kasrni olib qaraylik, bu kasrni chekli o`nli kasr ko`rinishida yozib bo`lmaydi. 1 ni 3 ga bo`lish jarayoni cheksiz davom etadi. Shu sababli $\frac{1}{3}$ kasr cheksiz o`nli kasr hisoblanadi. Bundan tashqari 1 ni 3 ga bo`lganda, ya’ni $\frac{1}{3} = 0{,}333...$ bo`linmada raqamlar takrorlanadi. Agar biz bo`linmada bir qancha raqamlarni tashlab yuborsak, u holda $\frac{1}{3}$ dan kichik songa ega bo`lamiz.[3]

Har qanday chekli o`nli kasrni ham o`nli kasrni o`ng tomoniga nollar yozish bilan cheksiz o`nli kasr ko`rinishida yozish mumkin.

Masalan 0,16=0,1600...0...

[3]Abdullayeva B.S., Sadikova A.V., Muxitdinova M.N., Toshpo‘latova M.I. Matematika. TDPU. (Boshlang‘ich ta’lim va sport-tarbiyaviy ish bakalavriyat ta’lim yo‘nalishi talabalari uchun darslik) Toshkent-2014

Bulardan ko`rinadiki, har bir musbat ratsional sonni cheksiz o`nli kasr ko`rinishida yozish mumkin ekan.

Bunda hosil qilingan cheksiz o`nli kasrlarni davriy o`nli kasrlar deyiladi.

Masalan, $\frac{3}{11}$ soni 0,272727... 27..., $\frac{8}{55}$ soni 0,1454545...45... cheksiz davriy o`nli kasrlarni ifodalaydi. Bu davriy o`nli kasrlar qisqacha 0,(27), 0,1(45) ko`rinishida yoziladi, qavs ichidagi sonlar cheksiz davriy o`nli kasrdagi takrorlanuvchi bir xil raqamlar guruhini bildiradi va davr deb ataladi.

Davriy kasrlar ikki xil bo`ladi:

Sof davriy kasrlar – ularda vergul bilan davr orasida boshqa o`nli xonalar yo`q.

Masalan, 0,(3), 0,(27), 0,(85472), ...

Aralash davriy o`nli kasrlar – ularda vergul va davr orasida boshqa o`nli xonalar bor.

3,15(44), 0,1(45), ...

Quyidagicha savol tug`iladi. Har qanday qisqarmas $\frac{m}{n}$ kasrni davriy o`nli kasr ko`rinishida ifodalab bo`ladimi?

Teorema. Agar $\frac{m}{n}$ kasr qisqarmas va maxrajining yoyilmasida 2 va 5 dan farqli boshqa tub ko`paytuvchi bo`lsa, $\frac{m}{n}$ kasr cheksiz davri o`nli kasr ko`rinishida ifodalanadi.

Isbot. Maxraj yoyilmasida 2 va 5 dan farqli boshqa tub ko`paytuvchi bo`lgani uchun m ni n ga bo`lish jarayoni cheksizdir. Bundan tashqari $m$ ni $n$ ga bo`lganda n dan kichik qoldiqlar ya'ni $1,2,3,\ldots,n-1$ sonlar qoladi. Turli qoldiqlar to`plami chekli bo`lgani uchun, qaysidir qadamdan keyin biror qoldiq takrorlanadi, bu esa bo`linma xonalarining takrorlanishiga olib keladi. Demak, $\frac{m}{n}$ sonini ifodalovchi cheksiz o`nli kasr, albatta, davriy bo`lar ekan.

Isbotlangan teoremadan xulosa kelib chiqadi: ixtiyoriy musbat ratsional sonni chekli o`nli kasr orqali yoki cheksiz davriy o`nli kasr orqali ifodalash mumkin.

Agar chekli o`nli kasrni davri $0$ ga teng cheksiz kasr deb hisoblash kelishilsa, buni qisqacha shunday yozish mumkin. Masalan, $7,82 = 7,82(0)$. Bunday kelishilish ixtiyoriy musbat ratsional sonni cheksiz davriy o`nli kasr ko`rinishida yozishga imkon beradi. Shuningdek, ixtiyoriy musbat cheksiz davriy o`nli kasrni biror musbat ratsional son shaklida ifodalash mumkin.

$\frac{m}{n}$ musbat ratsional sonni cheksiz davriy o`nli kasr ko`rinishida yozish uchun surat m ni maxraj n ga bo`lish kerak. Cheksiz davriy o`nli kasr oddiy kasr ko`rinishiga quyidagicha keltiriladi.

Cheksiz davriy o`nli kasr $0,(14)$ berilgan bo`lsin, ya'ni $0{,}141414\ldots$. Unga mos ratsional sonni a orqali belgilaymiz, u holda $a = 0{,}141414\ldots$. Bu tenglikning ikkala tomonini 100 ga ko`paytiramiz:

$100a = 14{,}1414\ldots$ yoki $100a = 14 + 0{,}1414\ldots = 14 + a$

$100a = 14 + a$ tenglamani yechamiz: $a = \frac{14}{99}$. Bu kasr qisqarmas.

Umuman, sof davriy cheksiz o`nli kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati davrga teng, maxraji esa kasr davrida nechta raqam bo`lsa, shuncha to`qqizdan iborat.

Aralash davriy kasr $0{,}5(41)$, ya'ni $0{,}54141\ldots$ berilgan bo`lsin. Unga mos ratsional sonni $a$ orqali belgilaymiz, u holda $a = 0{,}54141\ldots$. Bu tenglikning ikkala qismini $10$ ga ko`paytirib, $10a = 5{,}4141\ldots$ sof davriy kasrni hosil qilamiz. Keyingi o`zgartirishlar yuqoridagidek bajariladi. $x = 5{,}4141\ldots$ deymiz. Bu tenglikni ikkala qismini $100$ ga ko`paytiramiz: $100x = 541{,}4141\ldots$ yoki $100x = 541 + 0{,}4141\ldots$. Bu tenglikni ikkala qismiga 5 ni qo`shamiz: $100x + 5 = 541 + 5{,}4141\ldots$; $x = 5{,}4141$ bo`lgani uchun $100x + 5 = 541 + x$ tenglamani hosil qilamiz, bundan $x = \frac{541-5}{99}$, x ning bu qiymatini $10a = 5{,}4141\ldots$ tenglikka qo`yamiz:

$10a = \frac{541-5}{99}$, bundan $a = \frac{541-5}{990} = \frac{536}{990}$.

Umuman, butun qismi 0 bo`lgan aralash davriy kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati ikkinchi davrgacha yozilgan sondan birinchi davrgacha yozilgan sonning ayirmasidan, maxraji esa davrda nechta raqam bo`lsa, shuncha to`qqizdan va birinchi davrgacha nechta raqam bo`lsa, shuncha noldan iborat

Savol va topshiriqlar

1. Ulush tushunchasi. Kasr tushunchasi.
2. Butunning ulushi, ulushlarga ko'ra butunni topish.
3. Ratsional sonlar.
4. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar.
5. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari.
6. Ratsional sonlar to'plamining xossalari.
7. Ratsional sonlarning surati va maxrajini bir xil songa ko'paytirish, noldan farqli songa bo'lish.

8. O’nli kasrlar va ular ustida arifmetik amallarni bajarish algoritmi.
9. Davriy o’nli kasrlar va ular ustida amallar.
10. Ratsional son cheksiz davriy o’nli kasr sifatida