1-Mavzu: Murakkab songa bo’linish alomati

Mavzu rejasi:

1. Murakkab son. Bo’linish alomati.

2. Arifmetikaning asosiy teoremasi.

3. Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo’luvchisi va eng kichik umumiy karralisini topish algoritmi

1. Murakkab son. Bo’linish alomati.

Murakkab son nima?

Avvalo, murakkab sonning ta'rifidan boshlaymiz. Murakkab son – bu 1 va o'zidan boshqa sonlarga ham bo'linadigan butun son. Masalan, 4, 6, 8 kabi sonlar murakkab sonlardir, chunki ular faqat 1 va o'zidan tashqari boshqa sonlarga ham bo'linadi. Ularning eng kichik bo'linuvchisi 1 va eng katta bo'linuvchisi o'zidir. Bunday sonlar, oddiy sonlardan (ya'ni, faqat 1 va o'ziga bo'linadigan sonlardan, masalan, 2, 3, 5) farq qiladi.

Bo’linish alomatlari.

Bo'linish alomatlarini bilish, sonlarning murakkab yoki oddiy ekanligini tezda aniqlashga yordam beradi. Keling, ayrim muhim alomatlarni ko'rib chiqamiz:

a) 2 ga bo’linish alomati

Bir sonni 2 ga bo'lish uchun uning oxirgi raqami juft bo'lishi kerak. Ya'ni, sonning oxirgi raqami 0, 2, 4, 6 yoki 8 bo'lsa, bu son 2 ga bo'linadi. Misol: 12, 28, 104.

b) 3 ga bo’linish alomati.

Agar bir sonning raqamlarining yig'indisi 3 ga bo'linadigan bo'lsa, demak, butun son ham 3 ga bo'linadi. Misol: 123 (1 + 2 + 3 = 6), 6 ga bo'linadi.

c) 4 ga bo’linish alomati.

Agar bir sonning oxirgi ikkita raqami 4 ga bo’linsa hamda 00 dan iborat bo’lsa, bu son 4 ga bo’linadi. Misol: 14464 soni 4 ga bo’linadi.

d) 5 ga bo’linish alomati

Agar bir sonning oxirgi raqami 0 yoki 5 bo'lsa, bu son 5 ga bo'linadi. Misol: 15, 50, 105.

e) 6 ga bo’linish alomati.

Bir son 6 ga bo'linishi uchun, u 2 va 3 ga ham bo'linishi kerak. Ya'ni, sonning oxirgi raqami juft bo'lishi va raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linishi lozim. Misol: 18 (2 ga bo'linadi va 1+8=9, ya'ni 3 ga ham bo'linadi).

f) 9 ga bo’linish alomati.

Agar sonning raqamlarining yig'indisi 9 ga bo'linadigan bo'lsa, bu son ham 9 ga bo'linadi. Misol: 234 (2 + 3 + 4 = 9).

j) 10 ga bo’linish alomati.

Bir son 10 ga bo'linishi uchun uning oxirgi raqami 0 bo'lishi kerak. Misol: 40, 70, 90.

Murakkab sonlarni tahlil qilish

Murakkab sonlarni tahlil qilishda, ularning bo'linish alomatlarini bilish bizga sonlarning bo'linishini tezda aniqlashda yordam beradi. Shu bilan birga, murakkab sonlarning bo'linish xususiyatlarini o'rganish orqali biz nafaqat ularning faktorizatsiya (bu matematikada biror sonni yoki ifodani uning bo‘luvchilari (ko‘paytmalar) shaklida ifodalash jarayonidir) sini, balki boshqa murakkab matematik masalalarni ham hal qilishni osonlashtiramiz.

Masalan, 60 sonini oling. Bu sonni 2, 3, 5, 6 va boshqa bir qator sonlarga bo'lish mumkin. 60 ning faktorizatsiyasi quyidagicha bo'ladi:

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

Shu tarzda, sonlarning bo'linishini tahlil qilish orqali ularning ichki tuzilishini yaxshiroq tushunish mumkin.

Murakkab sonlar bilan ishlashda foydalangan usullar

Murakkab sonlarni bo'lish va ularga faktorizatsiya qilishda quyidagi usullarni qo'llashimiz mumkin:

Bo'linish alomatlaridan foydalanish: Yuqorida ta'riflaganimizdek, bo'linish alomatlarini aniqlash va ular orqali sonlarni tezda tahlil qilish.

Bo'linuvchilarni izlash: Murakkab sonlarni kichik bo'linuvchilarga ajratib, ular orqali kattaroq sonlarning faktorizatsiyasini o'rganish.

Murakkab sonlarga bo'linish alomatlari matematik hisoblashlarda juda muhim ahamiyatga ega. Ular orqali biz sonlarning bo'linishini tezda aniqlashimiz mumkin, bu esa turli matematik masalalarni yechishda vaqtni tejashga yordam beradi. Shuningdek, murakkab sonlar bo'yicha bilimlarni chuqurlashtirish, ularga bo'linish va faktorizatsiya qilish orqali biz nafaqat o'z matematik ko'nikmalarimizni oshiramiz, balki boshqa fanlar bilan bog'liq masalalarda ham muvaffaqiyatga erishamiz.

Shu bilan birga, har bir murakkab sonning o'ziga xos xususiyatlari borligini esda tutishimiz kerak. Bizning vazifamiz - bu xususiyatlarni o'rganib, ulardan samarali foydalanishdir.

2. Arifmetikaning asosiy teoremasi.

Arifmetikaning asosiy teoremasi qadimgi yunon matematigi Evklid tomonidan miloddan avvalgi III asrda ta’riflangan. U o‘zining "Elementlar" asarida bu teoremani isbotlagan. Evklidning isbotlari, shuningdek, faktorizatsiya va sonlarning bo‘linuvchilari haqida zamonaviy tushunchalarni shakllantirishda asosiy manba bo‘lgan.

Evklidning isboti juda oddiy va tushunarli, biroq bu asrlar davomida ko‘plab matematikaga qiziqqanlarni hayratga solgan. Teorema o‘z vaqtida matematikaning asosiy tushunchalarini mustahkamlashga yordam berdi va uning o‘rganilishi butun arifmetikaning rivojlanishida muhim o‘rin tutdi.

Ushbu teorema hozirda ham sonlarning strukturasi, prim bo‘linuvchilar va ko‘paytmalarining tahlilida eng muhim qoida hisoblanadi. Ko‘plab boshqa matematik tushunchalar va usullar bu teorema bilan bevosita bog‘liq.

Matematikada ko’pincha sonni ko’paytuvchilarga ajratish yoki uning bo’luvchilarini topish masalasiga duch kelamiz. Shu o’rinda quyidagi teoremani

bilib qo’yish foydalidir. Bu teorema natural sonlar arifmetikasining asosiy teoremasi deyiladi.

Teorema. Har bir murakkab son yagona usul bilan tub sonlar ko’paytmasiga ajratiladi.

Isbot.Teorema isboti ikki qismdan iborat.

1)Ixtiyoriy natural son uchun tub sonlar ko’paytmasi mavjudmi?

2)Ko’paytma mavjud bo’lsa , u yagonami?

Birinchi qismini isbot qilamiz. Faraz qilamiz, tub ko’paytuvchilarga ajralmaydigan murakkab son mavjud. U holda shunday sonlar to’plami *A* da eng kichik *a* soni bor. *A* to’plamdagi hamma sonlar marakkab bo’lgani uchun, *a* sonini ikkita a_1 va a_2 sonlar ko’paytmasi shaklida yozish mumkin. a_1 va a_2 larni har biri *a* dan kichik.

$a_1<a$, $a_2<a$, a_1 va a_2 sonlari a dan kichik bo’lgani uchun ular A to’plamga tegishli emas. Shuning uchun ular tub sonlar yoki ular tub sonlar ko’paytmasiga ajralmaydi.

Agar $a_1=r_1.....r_m$ va $a_2=q_1....q_n$ bo’lsa, (bu yerda $r_1,...r_m$ va $q_1...q_m$ lar tub sonlar). U holda $a=a_1*a_2=r_1...r_m*q_1...q_m$, *a* sonini tub ko’paytuvchilarga ajralmaydi degan farazimizga zid .

Demak, murakkab sonni tub sonlar ko’paytmasi shaklida ifodalash mavjud.

3. Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo’luvchisi va eng kichik umumiy karralisini topish algoritmi

EKUB — bu ikki yoki undan ortiq sonlarning bo'luvchilari orasidagi eng katta sonni ifodalovchi tushuncha bo'lib, bu matematikada va kundalik hayotda ko'plab masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega.

1. EKUB Nima?

EKUB (Eng Katta umumiy bo'luvchi) — bu berilgan ikki yoki undan ortiq sonlarning umumiy bo'luvchilarining eng kattasini anglatadi. Umumiy bo'luvchilar — bu berilgan sonlarni bo'lishi mumkin bo‘lgan barcha sonlar. EKUB bu umumiy bo'luvchilardan eng kattasini anglatadi.

Misol uchun, agar bizda 12 va 18 sonlari bo'lsa, ularning bo'luvchilari quyidagicha bo‘ladi:

- 12 uchun: 1, 2, 3, 4, 6, 12
- 18 uchun: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Ularning umumiy bo'luvchilari: 1, 2, 3, 6. Bu sonlarning eng kattasi 6 bo‘ladi. Demak, EKUB(12, 18) = 6.

Sonning karralisi va bo’luvchilari haqida natural sonlar to’plamida gapiramiz, chunki, 0 ga bo’lish mumkin emas va 0 istalgan sonning karralisidir. Shuning uchun bundan keyin son deganda natural sonni tushunamiz.

Ta’rif. Agar a son b songa bo’linsa, a son b songa karrali yoki b ning karralisi deyiladi. ∀ b ga karrali sonlar to’plami cheksiz va ularning umumiy ko’rinishi nb eng kichigi esa b bo’ladi.

Ta’rif. m son a va b sonlarning karralisi bo’lsa, m ularning umumiy karralisi deyiladi.

Ta’rif. a son b sonlarning umumiy karralilarining eng kichigi shu sonlarning eng kichik umumiy karralisi deyiladi va EKUK (a,b) ko’rinishda belgilanadi (qisqacha K(a:b)).

Masalan. 6 sonining karralilari (6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, …)=A, 8 sonining karralilari (8, 16, 24, 32, 40, 48, …)=B bo’lsin. Bu sonlarning umumiy karralilari (24, 48, 72, …)=A∩B va ularning eng kichgi 24=K(6,8) bo’ladi.

1. a va b sonlarning istalgan umumiy karralisi ularning eng kichik umumiy karralisiga bo’linadi.

2. Agar EKUK (a,b)=k bo’lsa, ∀c∈N uchun EKUK (ac,bc)=kc bo’ladi.

Ta’rif. Agar a son b songa bo’linsa, b son a sonning bo’luvchisi deyiladi.

Ta’rif. Agar a va b sonlar c songa bo’linsa, c son a va b ning umumiy bo’luvchisi deyiladi.

Ta’rif. a va b sonlar umumiy bo’luvchilarining eng kattasi shu sonlarning eng katta umumiy bo’luvchisi deyiladi va EKUB(a,b) yoki B(a,b) ko’rinishda belgilanadi.

Masalan 18 soning bo’luvchilari to’plami A=(1, 2, 3, 6, 9, 18), 48 sonining bo’luvchilari to’plami B=(1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48) bu sonlarning umumiy bo’luvchilari A∩B=(1,2,3,6) va ularning eng kattasi 6 ga teng, ya’ni 6=EKUB(18,48).

Har bir natural sonni faqatgina tub sonlarning ko'paytmasi tarzida yozish mumkin, bu esa uning kanonik yoyilmasi bo'ladi.

Sonlarning kanonik yoyilmasini topish ularni tub ko’paytuvchilarga ajratish bilan bog’liq edi. Ko’p xonali sonlarning tub ko’paytuvchilarini topish ba’zi hollarda qiyinlik qiladi. Masalan, 8897 sonini tub ko’paytuvchilarga ajratishda avval 7 ga, so’ng 1271 sonini 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 sonlariga bo’lib ko’ribgina, 31 tub bo’luvchini topamiz. Shunday hollarda EKUB ni tezroq topish imkonini beruvchi boshqa usullardan foydalanish mumkin. Bu usul Yevklid algoritmi deyiladi va u quyidagi mulohazalarga asoslanadi.

1. Agar a soni b soniga bo’linsa, B(a,b)=b bo’ladi, chunki b ning o’zidan katta bo’luvchisi yoq.

2. Agar a soni b ga bo’linmasa, a=bq+r va UB(a,b)=UB(b,r) bo’ladi, ya’ni a soni b ga qoldiqli bo’linadi, a va b ning umumiy bo’luvchilari to’plami bilan ustma-ust tushadi.

3. $a=bq+r \cap a_1b_1r \in N$ bo’lsa, B(a,b)=B(b,r) bo’ladi. 2-mulohazaga ko’ra a, b va b, r sonlarning umumiy bo’luvchilari to’plamlari bir xil. Demak, bu to’plamning eng katta elementlari ham bir hil bo’ladi.

Ana shu mulohazaga tayanib, a, b sonlarining EKUB ni topishni b va r sonlari EKUB ni topish bilan almashtirish mumkin bo’ladi. Agar b soni r ga karrali bo’lsa, B(b,r)=r bo’ladi, $b=rq_1+r_1$ bo’lsa, $B(b,r)=B(r,r_1)$ va hokazo. Bu jarayon biror qoldiq o’zidan keyingi qoldiqqa qoldiqsiz bo’linguncha davom etadi va shu oxirgi 0 dan farqli qoldiq B(a,b) bo’ladi.

9-ta’rif. Agar a va b sonlar uchun EKUB(a,b)=1 bo’lsa, bu sonlar o’zaro tub deyiladi.

Masalan, 19 va 42 sonlari o’zaro tub, chunki B(19,42)=1.

Sonlarning EKUB va EKUK quyidagi xossalarga ega.

1. Agar c=UK(a,b) bo’lsa, l=ab/c=UK(a,b) bo’ladi.

2. k=K(a,b) bo’lsa, d=ab/k =B(a,b) bo’ladi.

Murakkab son kamida ikkita o’zaro tub sonlar ko’paytmasidan iborat bo’lishi kerak. Bunday alomotlardan bir nechtasini keltiramiz.

1-alomat. x son 6 songa bo’linishi uchun berilgan son 2 ga va 3 ga bo’linishi zarur va yetarli.

2-alomat. x son 12 songa bo’linishi uchun berilgan son 3 va 4 ga bo’linishi zarur va yetarli.

3-alomat. x son 15 songa bo’linishi uchun berilgan son 3 va 5 ga bo’linishi zarur va yetarli.

EKUB va EKUK ning o'zaro bog'liqligi

EKUB va EKUK sonlar o'rtasida chuqur bog'liqlik mavjud. Agar biz ikki sonni tahlil qilayotgan bo'lsak, ularning EKUB va EKUK ini topish bir-birini to'ldiruvchi hisoblanadi. EKUB va EKUK o'rtasidagi eng muhim aloqalardan biri quyidagi formulaga asoslanadi:

EKUB (a, b) × EKUK (a, b) = a × b

Bu formuladan foydalanib, biz sonlarning EKUK ini topishimiz mumkin, agar EKUB ni bilsak. Masalan, agar a=12 va b=18 bo'lsa:

- EKUB(12, 18) = 6
- EKUK(12, 18) = 36.
- 6x36=12x18
- 216=216.

Xulosa

Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi (EKUB) - bu matematikada muhim tushuncha bo'lib, u sonlarning bo'luvchilari orasidagi eng kattasini aniqlash imkonini beradi. EKUB ni topishning turli usullari mavjud bo‘lib, eng samarali usul prim faktorizatsiya yordamida hisoblashdir. EKUB ning xususiyatlari va uning EKUK bilan bog'lanishi ham matematik masalalarni yechishda bizga katta yordam beradi. Bu tushunchalar nafaqat matematika, balki boshqa sohalarda ham qo‘llaniladi.